1. LETNIK

Racionalna števila / ulomki in decimalni zapis

1. Od zmnožka števil $4{,}3\bar{1}$ in $\frac{9}{97}$ odštej obratno vrednost vsote števil $-9\frac{1}{18}$ in $9{,}7\bar{2}$. Rezultat zapiši z okrajšanim ulomkom. R: $-1\frac{1}{10}$

najprej zapišemo vsa števila z ulomki

$4{,}3\bar{1} = x /\cdot 10$

$43,\bar{1} = 10x /\cdot 10$

$\underline{431,\bar{1} = 100x}$ (od spodnje vrstice odštejemo zgornjo)

$388 = 90x \Longrightarrow x = \frac{388}{90} = \frac{194}{45}$

$9{,}7\bar{2} = x /\cdot 10$

$97,\bar{2} = 10x /\cdot 10$

$\underline{972,\bar{2} = 100x}$ (od spodnje vrstice odštejemo zgornjo)

$875 = 90x \Longrightarrow x = \frac{875}{90} = \frac{175}{18}$

$(4{,}3\bar{1} \cdot \frac{9}{97}) - (-9\frac{1}{18} + 9{,}7\bar{2})^{-1} = (\frac{194}{45} \cdot \frac{9}{97}) - (-\frac{163}{18} + \frac{175}{18})^{-1} = \frac{2}{5} - (\frac{12}{18})^{-1} =$

$\frac{2}{5} - \frac{18}{12} = \frac{1}{5} - \frac{3}{2} = \frac{4}{10} - \frac{15}{10} = -\frac{11}{10} = -1\frac{1}{10}$

2. LETNIK

Potence in koreni / potence z racionalnim eksponentom

2. Podan je izraz $\frac{\sqrt{xy\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{\sqrt[3]{xy^2}}}$.

a) Poenostavi izraz. R: $x\sqrt[12]{xy^4}$

$\frac{\sqrt{xy\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt{\sqrt[3]{xy^2}}} = \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^3y^3y}} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[2\cdot3]{xy^2}} = \frac{\sqrt[6]{x^3y^3y} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[6]{xy^2}} = \frac{\sqrt[12]{x^6y^6y^2} \cdot \sqrt[12]{x^9}}{\sqrt[12]{x^2y^4}} =$ (damo na skupni koren in združimo)

$\sqrt[12]{\frac{x^6y^6y^2x^9}{x^2y^4}} = \sqrt[12]{x^{6+9-2}y^{6+2-4}} = \sqrt[12]{x^{13}y^4} = \sqrt[12]{x^{12}xy^4} = x\sqrt[12]{xy^4}$ (delno korenimo)

b) Izračunaj njegovo vrednost za $x = 2^{\frac{1}{13}}$, $y = \sqrt[4]{2}$. R: $\sqrt[6]{2}$

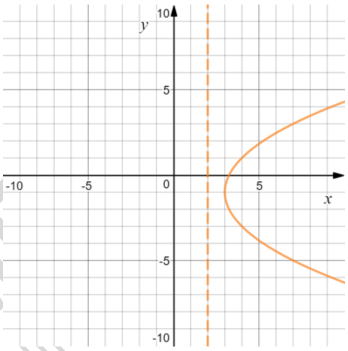
v $\sqrt[12]{x^{13}y^4}$ vstavimo $x = 2^{\frac{1}{13}}, y = \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[12]{(2^{\frac{1}{13}})^{13}(\sqrt[4]{2})^4} = \sqrt[12]{2 \cdot 2} = \sqrt[12]{4} = \sqrt[6]{2}$

3. LETNIK

Stožnice / parabola

3. Podana je parabola $y^2+2y-4x+13=0$.



a) Zapiši teme in p parabole. $R\colon T(3,-1), p=2$

$y^2+2y-4x+13=0$ preoblikujemo v obliko $(y-b)^2=2p(x-a)$

$(y+1)^2-1-4x+13=0$ (preoblikujemo v popolni kvadrat)

$(y+1)^2=4x-12$

$(y+1)^2=4(x-3)$

teme $T(a,b)=T(3,-1), 2p=4 \Longrightarrow p=2$

b) Zapiši gorišče in enačbo premice vodnice. $R\colon F(4,-1), x=2$

$x=-\frac{p}{2}+a$ je enačba premaknjene premice vodnice za vektor $\vec{v}=(a,b)=(3,-1)$

$p=2$

premica vodnica se premakne le v x smeri

$x=-1+3=2$

$F(\frac{p}{2}+a,b)$ je gorišče premaknjene parabole za vektor $\vec{v}=(a,b)=(3,-1)$

$F(1+3,-1)=F(4,-1)$

c) Nariši parabolo.

teme $T(4,-1)$

$T_{1,2}(\frac{p}{2}+a,\pm p+b)$ sta točki na naši premaknjeni paraboli za vektor $\vec{v}=(a,b)=(3,-1)$

$T_{1,2}(1+4,\pm 2-1) \Longrightarrow T_1(5,1), T_2(5,-3)$

- vrišemo še točki $T_1(5,1), T_2(5,-3)$ $T(4,-1)$ ter teme in povežemo
- ker je $p=2$ pozitivno število, je parabola obrnjena v desno
- dorišemo tudi premico vodnico $x=2$

d) Izračunaj njeno presečišče s koordinatnima osema. $R\colon T_1(\frac{13}{4},0), ni\ presečišč\ z\ y\ osjo$

parabola $y^2+2y-4x+13=0$

1. presečišče z y osjo: $x=0$:
   $y^2+2y+13=0 \Longrightarrow a=1, b=2, c=13 \Longrightarrow D=b^2-4ac=4-4\cdot 1\cdot 13=-49$ ni presečišč

2. presečišče z x osjo: $y=0$;
   $-4x+13=0 \Longrightarrow x=\frac{13}{4} \Longrightarrow T_1(\frac{13}{4},0)$

4. LETNIK

Kombinatorika / binomski izrek

4. Podan je binom $(x - \frac{1}{x})^{13}$.

a) Izračunaj deseti člen v razvoju tega binoma. $R\colon -\frac{715}{x^5}$

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$

$(x - \frac{1}{x})^{13} = (x + (-\frac{1}{x}))^{13} = \sum_{k=0}^{13} \binom{13}{k} x^{13-k} \cdot (-\frac{1}{x})^k$

- deseti člen: $k = 9$ (ker k teče od 0 naprej)
- $k = 9$ vstavimo v $\binom{13}{k} x^{13-k} \cdot (-\frac{1}{x})^k$:
- $\sum_{k=0}^{13}$ ne pišemo, ker nas zanima samo eden izmed členov

$\binom{13}{9} x^{13-9} \cdot (-\frac{1}{x})^9 = -715x^4x^{-9} = -715x^{4-9} = -715x^{-5} = -\frac{715}{x^5}$

b) Kateri člen v razvoju binoma vsebuje x^5? *R: peti člen*

$(x - \frac{1}{x})^{13} = (x + (-\frac{1}{x}))^{13} = \sum_{k=0}^{13} \binom{13}{k} x^{13-k} \cdot (-\frac{1}{x})^k$

$x^{13-k} \cdot (-\frac{1}{x})^k = x^5$ (iz zapisa formule izpišemo dele, ki vsebujejo x in enačimo z x^5)

$x^{13-k} \cdot x^{-k} = x^5$ (predznak $-$ lahko izpistimo, ker nas zanimajo le potence x)

$x^{13-k-k} = x^5$ (uporabimo pravilo $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$)

$13 - 2k = 5 \Longrightarrow -2k = -8 \Longrightarrow k = 4$

Odg: Ker k teče od 0 do n in je $k = 4$, potem vsebuje x^5 peti člen.